



Teorija informacija i trikovi sa kartama

U svim problemima asistent i mađioničar sarađuju "protiv" člana publike. Ukoliko nije drugačije naglašeno, mađioničar nije prisutan na početku trika ali je mogao ranije da se dogovori sa asistentom oko strategije.

1. Član publike je izabrao jednu kartu iz standardnog špila od 52 karte i pokazao je asistentu. Asistent može da postavi na sto proizvoljan broj džokera (svi džokeri su isti) u niz i da neke okrene naopako. Nakon toga ulazi mađioničar i na osnovu postavljenih džokera pogađa izabranu kartu. Koji je najmanji prirodan broj k tako da asistent može da prenese informaciju mađioničaru ali da nikada ne koristi više od k karata?

2. Član publike je zamislio dva prirodna broja i rekao ih je asistentu. Asistent može da postavi na sto proizvoljan broj džokera (svi džokeri su isti) u niz i da neke okrene naopako. Nakon toga ulazi mađioničar i na osnovu postavljenih džokera pogađa zamišljene brojeve.

- Kako je moguće izvesti ovaj trik ukoliko i asistent i mađioničar znaju unapred da nijedan od zamišljenih brojeva nije veći od 1000?
- Kako je moguće izvesti trik ukoliko ni mađioničar ni asistent **ne znaju unapred** koliko mogu biti veliki zamišljeni brojevi?

3. Član publike izabere proizvoljnih k karata iz standardnog špila od 52 karte. Asistent pogleda tih k karata, sakrije jednu od njih a ostalih $k - 1$ poređa u niz u nekom redosledu (sve su okrenute licem nagore). Nakon toga ulazi mađioničar i na osnovu postavljenih karata pogađa koja je karta skrivena.

- Koje je najmanje k za koje je moguće izvesti ovaj trik?
- Koje je najmanje k za koje je moguće izvesti ovaj trik ukoliko je dozvoljeno da asistent postavlja karte i licem nadole?
- Da li je ovaj trik moguće izvesti ako se špilu doda i jedan džoker?
- Ako na početku član publike bira k od n različitih karata, za koje sve parove (n, k) je moguće izvesti ovaj trik?

4. Član publike poređa u niz na proizvoljan način n različitih karata, sve okrenute licem nagore (tj. napravi neku njihovu permutaciju). Mađioničar zna koje su to karte ali ne i njihov raspored. Asistent pogleda tih n karata i okrene tačno k njih licem nadole (ne menjajući redosled karata). Nakon toga ulazi mađioničar i na osnovu poređanih karata imenuje svaku kartu okrenutu licem nadole.

- Za svaku vrednost k iz skupa $\{1, 2, 3, 4\}$ pronaći bar jedno n za koje je moguće izvesti ovaj trik.
- Za koje sve parove (n, k) je moguće izvesti ovaj trik?

5. Član publike poređa 64 identična džokera u 8 redova po 8 džokera (dakle, tabla 8×8) i neke od žokera postavi licem nagore a neke licem nadole (ni asistent ni mađioničar ne znaju početni raspored džokera). Zatim asistentu pokaže taj raspored džokera i pokaže na neki od tih 64 džokera. Asistent ima pravo da okrene najviše k džokera (ako je neko bio okrenut licem nadole, da ga okrene licem nagore i obratno). Nakon toga ulazi mađioničar i na osnovu rasporeda džokera određuje na kog je džokera pokazao član publike.

- a) Koje je najmanje k za koje je moguće izvesti ovaj trik?
- b) Da li se prethodni odgovor menja ukoliko se mora okrenuti tačno k džokera?
- c) Koje je najmanje k za koje je moguće izvesti ovaj trik za proizvoljan broj džokera (npr. n)?
- 6.** Član publike izmeša na proizvoljan način standardni špil od 52 karte. Asistent zatim ispita novodobijeni špil (pogleda svaku kartu ali ne menja redosled). Zatim dolazi mađioničar i oni ponavljaju sledeći postupak 52 puta (dok se špil ne isprazni): asistent uzima kartu sa vrha trenutnog špila i postavlja je licem nadole horizontalno ili vertikalno (po svom izboru); mađioničar tada pogađa kog je znaka (karo, pik, herc, tref) ta karta; nakon toga se ta karta otkriva (vide je svi, uključujući i mađioničara). Cilj asistenta i mađioničara je, naravno, da mađioničar pogodi što više znakova.
- a) Pronađi što veći prirodan broj k za koji postoji strategija takva da mađioničar uvek pogodi bar k znakova.
- b) Ukoliko asistent nema pravo da ispita špil na početku već samo može da pogleda kartu tek kada je izvuče sa vrha špila, koji je najveći broj k tako da mađioničar može uvek pogoditi bar k znakova?
- 7.** Član publike izmeša na proizvoljan način standardni špil od 52 karte. Asistent zatim ispita novodobijeni špil (pogleda svaku kartu ali ne menja redosled). Zatim napiše na papiriću najviše k rečenica oblika "između karata A i B se nalazi tačno x karata" (npr. "između dvojke pik i osmice herc se nalazi tačno 15 karata"). Asistent se **nije** ranije dogovarao sa mađioničarem i sve rečenice moraju biti istinite. Zatim dolazi mađioničar, pogleda papirić i kaže kojim redosledom su poređane karte u špil, pri čemu ne mora da pogodi da li su poređane tako gledao odozgo nadole ili odozdo nagore.
- a) Koje je najmanje k za koje je moguće izvesti ovaj trik?
- b) Da li je moguće izvesti ovaj trik ako se od mađioničara zahteva da tačno kaže koja je prva karta odozgo, koja je druga karta odozgo itd. (tj. da odredi i smer redosleda)?
- 8.** Član publike, pred asistentom, izabere dve različite karte (npr. x i y) iz standardnog špila od 52 karte i jednu od njih proglašuje *dobrom* a drugu *lošom*. Na osnovu toga, asistent na papiriću zapiše jedan prirodan broj ne veći od k . Nakon toga ulazi mađioničar i član publike ga pita 'da li je karta q dobra?' pri čemu će ta karta q uvek biti ili x ili y . Koristeći papirić koji mu je ostavio asistent, mađioničar daje tačan odgovor na pitanje.
- a) Koje je najmanje k za koje je moguće izvesti ovaj trik?
- b) Koje je najmanje k za koje je moguće izvesti ovaj trik ukoliko pitanje mađioničaru glasi "koja je od karata x i y dobra?"?
- 9.** Član publike izmeša na proizvoljan način standardni špil od 52 karte i poređa ih u niz. Asistent vidi sve karte i ima pravo da izabere proizvoljne dve karte i zameni im mesta. Zatim se sve karte se okreću licem nadole (ne menja se redosled). Nakon toga dolazi mađioničar. Član publike mu kaže naziv neke karte i cilj mađioničara je da pokaže koja je to karta u nizu. Mađioničar ima pravo da okrene koju god kartu želi i da pogleda koja je to karta. Koliko je najmanje okretanja potrebno mađioničaru da bi sa sigurnošću pronašao traženu kartu?
- 10.** Član publike izabere proizvoljnu karatu iz spila od 53 karte (uključujući džokera) i sakrije je – to vide dva asistenta. Zatim član publike deli preostalih 52 karata na dve gomile od po 26 (po svom izboru) i svakom od asistenata daje po jednu gomilu. Asistenti analiziraju svoje karte i svako od njih bira 2 karte i u određenom redosledu ih, licem nagore, postavlja na sto. Nakon toga ulazi mađioničar i na osnovu postavljenih karata (zna njihov redosled i koji asistent ih je postavio) pogađa koja je karta skrivena.
- a) Kako izvesti ovaj trik ako asistenti vide jedan drugom karte?
- b) Kako izvesti ovaj trik ako nijedan od asistenata ne zna koje karte je dobio drugi asistent?