

Predlog projekta

Tema projekta: Generisanje Pitagorinih trojki u Gausovim celim brojevima

Predlagač:

Ime i prezime:	Marko Đikić
Institucija:	Prirodno-matematički fakultet, Niš
E-mail:	marko.djic@gmail.com

O projektu:

Oblast: Matematička oblast teme projekta.	Teorija brojeva
Predznanje: Lista oblasti koje čine potrebno predznanje za rad .	Potrebno je poznavanje osnovnih pojmova u vezi sa kompleksnim brojevima. Takođe, potrebno je poznavanje elementarne teorije brojeva (deljivost, prosti brojevi, kongruencije), a za jedan deo projekta može biti potreban rad na računaru, recimo u paketu Mathematica.
Kratak opis projekta: Nešto slično apstraktu.	U ovom projektu bi trebalo opisati način za generisanje Pitagorinih trojki u Gausovim celim. Takođe, bilo bi lepo napraviti skriptu koja generiše Pitagorine trojke po izvesnim kriterijumima, recimo, u Mathematici.
Opis projekta: Duži opis projekta: šta je urađeno na ovu temu u drugim radovima, šta treba da se uradi odnosno šta se očekuje od projekta, koji su mogući pravci rada.	<p>Trojka celih brojeva (a, b, c) naziva se Pitagorina trojka ukoliko važi $a^2 + b^2 = c^2$, pri čemu kažemo da je trojka <i>primitivna</i> ako su sva tri broja uzajamno prosta po parovima. Zanimljivo je da postoji način za generisanje svih primitivnih Pitagorinih trojki ako počnemo od $(3, 4, 5)$ i množimo odgovarajućim matricama (videti: Stablo primitivnih Pitagorinih trojki).</p> <p>Kao što vidimo, Pitagorine trojke možemo definisati u mnogim strukturama, a naročito je zanimljivo posmatrati ih u prstenu Gausovih celih brojeva $Z[i] = \{a + bi \mid a, b \in Z\}$. U postojećoj literaturi postoje rešenja problema opisivanja svih Pitagorinih trojki u Gausovim celim, ali nije dat način za njihovo generisanje pomoću množenja nekim matricama, pa čak ako ne svih primitivnih Pitagorinih trojki, onda barem nekih.</p> <p>Glavni cilj ovog projekta bio bi pronaći način za generisanje svih primitivnih Pitagorinih trojki počevši od jedne i množeci je izvesnim matricama, ali u skupu Gausovih celih. Takođe, ako se u tom cilju ne uspe, biće dovoljno napraviti skriptu koja nekako generiše Pitagorine trojke u Gausovim celim, koristeći se činjenicama iz literature na ovu temu. Ovo bi</p>

	podrazumevalo da se, recimo u Mathematici, implementiraju razne funkcije u vezi sa Gausovim celim brojevima. Recimo, implementirati funkciju koja pomoću Euklidovog algoritma nalazi NZD za dva broja i koeficijente iz Bezuove teoreme, funkciju koja nalazi proste brojeve, zatim koja generiše dva uzajamno prosta Gausova cela, koji su različite „parnosti“, koja rešava kongruenciju oblika $ax \equiv b \pmod{r}$ itd. Neke od tih funkcija su već ugrađene u mathematicu, neke se mogu naći na internetu, ali ne i sve navedene. Moguće je da je ovaj alternativni cilj, sem što je dostupniji, zapravo i zanimljiviji.
Cilj projekta: Šta je očekivani rezultat projekta, da li nešto drugo želimo da postignemo radom na ovu temu...	Naučiti šta su to Gausovi celi brojevi i kako oni mogu da pomognu pri rešavanju problema u „standardnoj“ aritmetici (mada to nije centralna tema projekta). Takođe, projekat sem teorijskog podrazumeva i praktični deo.
Napomena: Generalne napomene vezane za projekat i samu temu.	

Rad na projektu:

Literatura: Lista knjiga, sajtova, radova potrebnih za rad na samom projektu i pripremi za isti. Lista treba da sadrži i literaturu za pripremu.	<p>[1] Uvod u teoriju brojeva, Kadelburg, Đukić, Mičić, DMS</p> <p>[2] Stablo primitivnih Pitagorinih trojki</p> <p>[2'] Pythagorean Descent, K. Conrad</p> <p>[3] Gaussian Integers, K. Conrad</p> <p>[4] Primitive Pythagorean Triples of Gaussian Integers, T. Cross</p> <p>[5] Pythagorean Triples over Gaussian Integers, C. Somboonkulavudi et al.</p> <p>[6] ArithmeticOfGaussianIntegers_Presentation.nb, Š. Porubsky</p> <p>Sve iz literature osim [1] i [2], može se preuzeti sa linka: Link za preuzimanje literature</p>
Priprema za rad:	<ul style="list-style-type: none"> • Najpre iz [1] pročitati poglavlje o Pitagorinim trojkama i apsolutno sve razjasniti. • Potom u [2] i [2'] proučiti način za generisanje primitivnih Pitagorinih trojki pomoću matrica, tj. šta je to Pitagorino ternarno stablo. • Zatim, naučiti šta su to Gausovi celi brojevi čitajući [3]. NAPOMENA: o Gausovim celim brojevima može se pročitati i u [1] ali <i>preporučujem</i> [3] pa tek onda [1]. Referenca [3] je baš lep i pristupačan članak na 30-ak strana koji je dovoljno detaljan i treba ga čitavo pročitati i razumeti. • Zatim, kada smo dobro naučili šta su to Gausovi

	<p>celi brojevi, idemo na čitanje članka [4] detaljno i polako. Rezultati izloženi u [4] će poslužiti za ostvarivanje krajnjeg cilja ovog projekta.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Članak [5] ima neke dodatne rezultate na tu temu koji mogu biti korisni. • Članak [6] je nečiji notebook iz Mathematice sa nekim gotovim funkcijama u vezi sa Gausovim celim brojevima.
<p>Check points za zagrevanje: Lista treba da sadrži stvari vezane za samu temu projekta. Primera radi, neka jednosavnija tvrđenja vezana za temu koja su već dokazana, spisak radova koje treba pročitati ... Dodati i literaturu u kojoj su ove stvari već dokazane.</p>	<p>Proučiti primere korišćenja Gausovih celih brojeva na probleme standardne aritmetike. Primeri se mogu naći u [1] i [3].</p>
<p>Ideje za dalji rad: Ovde treba nabrojati moguće smerove za rad na temi projekta. Stvari koji nisu ispitane ili koje treba dodatno okarakterisati. Pored svake navesti i da li su one urađene, dokle su odrađene (ukoliko nisu) ili da li vi imate neki osećaj ukoliko one nisu nigde obrađivane.</p>	<p>Ukoliko se uspe u nalaženju onih matrica, mogu se posmatrati granični procesi, poput onog u (za klasične Pitagorine trojke): [7] Matrices that define series of Pythagorean triples that have a triangle with one irrational side as limit, M. W. Bredenkamp</p> <p>Takođe, nisam ništa uspeo da nađem na temu Pitagorinih trojki u prostoru matrica dimenzije 2×2 nad skupom celih brojeva. Može to da se proba, na početku to mogu biti gornje-trougaoe matrice. Možda može nekako da se poveže sa strukturom Gausovih celih, jer su Gausovi celi zapravo uređeni parovi celih brojeva, sa posebno definisanim množenjem.</p>