

ДА, МОЖДА, НЕ

Семинар МАТЕМАТИКЕ

petnicamat.rs

3. мај 2018.

Питање 1.

Дат је полином n - тог степена са комплексним коефицијентима, нпр.

$$p(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_1 \cdot x + a_0, \quad a_i \in \mathbb{C}$$

Он у $n + 1$ - ом реалном аргументу узима реалну вредност. Да ли тада сви коефицијенти полинома $p(x)$ морају да буду реални?

Питање 2.

Да ли постоји распоред бесконачно много тачака у општем положају (= таквих да никоје три нису колинеарне) тако да је растојање између сваке две природан број?

Питање 3.

Да ли једначина $\cos(2017x) = x$ има више од 600 решења на интервалу $[0, 1]$?

Питање 4.

Да ли важи следеће: 'ако су два догађаја дисјунктна, тада су они независни' ?

Питање 5.

Рационалних бројева постоји пребројиво много. Зато, поређајмо их у низ и означимо на пример са q_1, q_2, q_3, \dots . Затим, око q_i опишимо интервал $(q_i - \frac{1}{2^i}, q_i + \frac{1}{2^i})$. Да ли смо унијом интервала на овај начин покрили све бројеве са реалне праве?

Питање 6.

Да ли постоји тачка која припада кружници $x^2 + y^2 = 3$ чије су координате рационалне? А да ли постоји тачка различита од тачака $(0, 1)$, $(1, 0)$ која припада кривој $x^3 + y^3 = 1$ чије су координате рационалне?
(Тачка са координатама (a, b) припада нпр. кривој $x^2 = y^3 + y + 1$ ако је $a^2 = b^3 + b + 1$.)

Питање 7.

Да ли једначина $2^x = x^2$ има паран број реалних решења?

Питање 8.

Да ли је некада тачно:

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2$$

за $x \neq 0$ или $y \neq 0$?

Питање 9.

Да ли постоји полиомина различита од правоугаоника таква да непаран број њених копија поплочава правоугаоник неких димензија?