



Brionova teorema

Andrija Novaković, Jovana Obradović
 Gimnazija, Kraljevo; Gimnazija „Sveti Sava”, Prijedor
 andrija.novakovic.1998@gmail.com, jovanaobradovic988@gmail.com

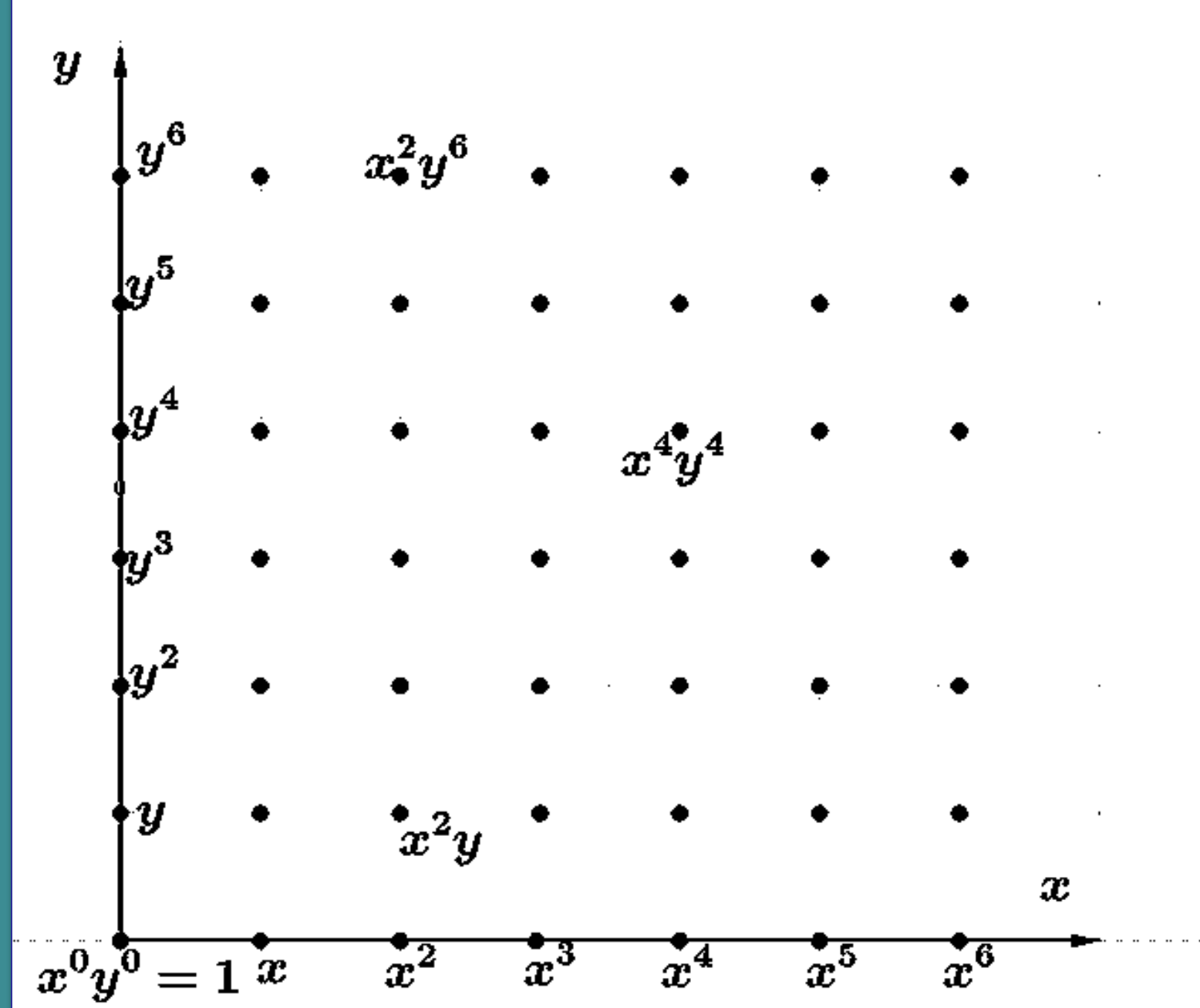


eat
sleep
math

Uvod

Pridruživanjem monoma svakoj tački celobrojne rešetke, po pravilu da se tački sa koordinatama (a,b) pridružuje monom $x^a y^b$, otvara se lepeza problema monomijalnih površina. Monomijalna površina predstavlja sumu svih monoma koje su ograničene nekom površi. U radu smo se, na osnovu Brionove teoreme o načinu računanja monomijalne površine trougla, bavili problemima monomijalne površine različitih vrsta uglova, konveksnih i nekonveksnih poligona i poligona sa rupama. Posmatrali smo na koji način bismo mogli izračunati monomijalne površine krivih drugog reda te opisno pokazali, ako je moguće, postupak računanja sa konačno mnogo uglova i poligona.

Celobrojna rešetka



Osnovni pojmovi

- *Monomijalna površina poluprave* predstavlja sumu svih monoma koji pripadaju toj polupravoj. Monomijalnu površinu svake poluprave izražavamo kao sumu bekonačnog geometrijskog niza:

$$S = x^a y^b + x^a y^b z + x^a y^b z^2 + \dots = \sum x^a y^b z^n = \frac{x^a y^b}{1-z}$$

gde je $x^a y^b$ prvi član niza, a z njegov količnik oblika $x^m y^n$ ($a, b, m, n \in \mathbb{Z}$).

- *Monomijalna površina ugla* je suma svih monoma smeštenih u površini koju ograničavaju kraci tog ugla, zajedno sa monomima na kracima i njegovim temenom.

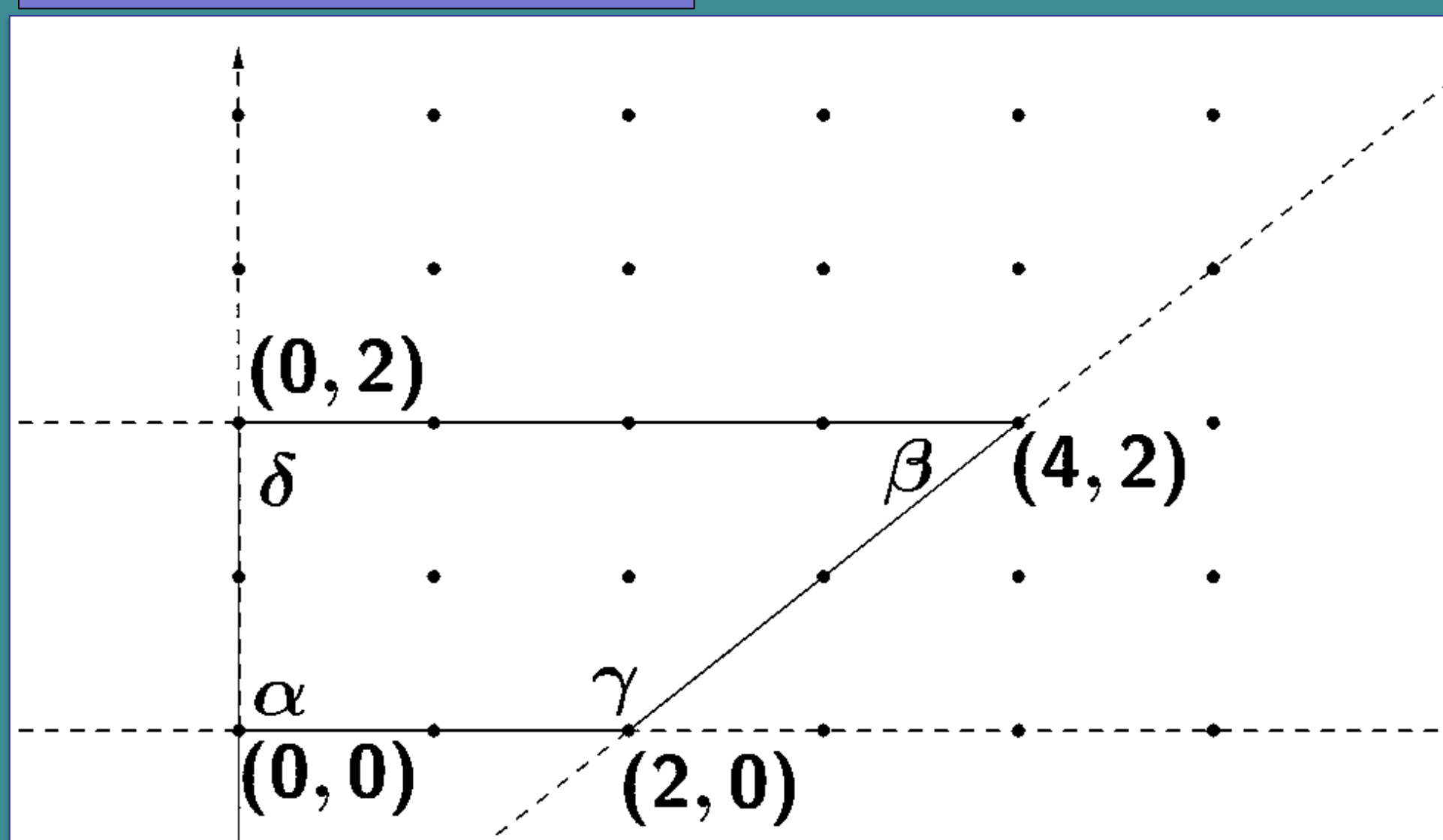
$$M(\varphi) = M(p) \cdot M(q) \cdot x^a y^b,$$

gde su p i q kraci ovog ugla translirani do koordinatnog početka, a monom $x^a y^b$ monom pridružen temenu ugla.

- *Monomijalna površina poligona* je suma svih monomijalnih površina unutrašnjih uglova koji se nalaze u tom poligonu.
- Prema *Brionovoj teoremi*, Monomijalna površina trougla jednaka je sumi monomijalnih površina njegovih unutrašnjih uglova. Ako su unutrašnji uglovi trougla ABC α, β i γ tada je:

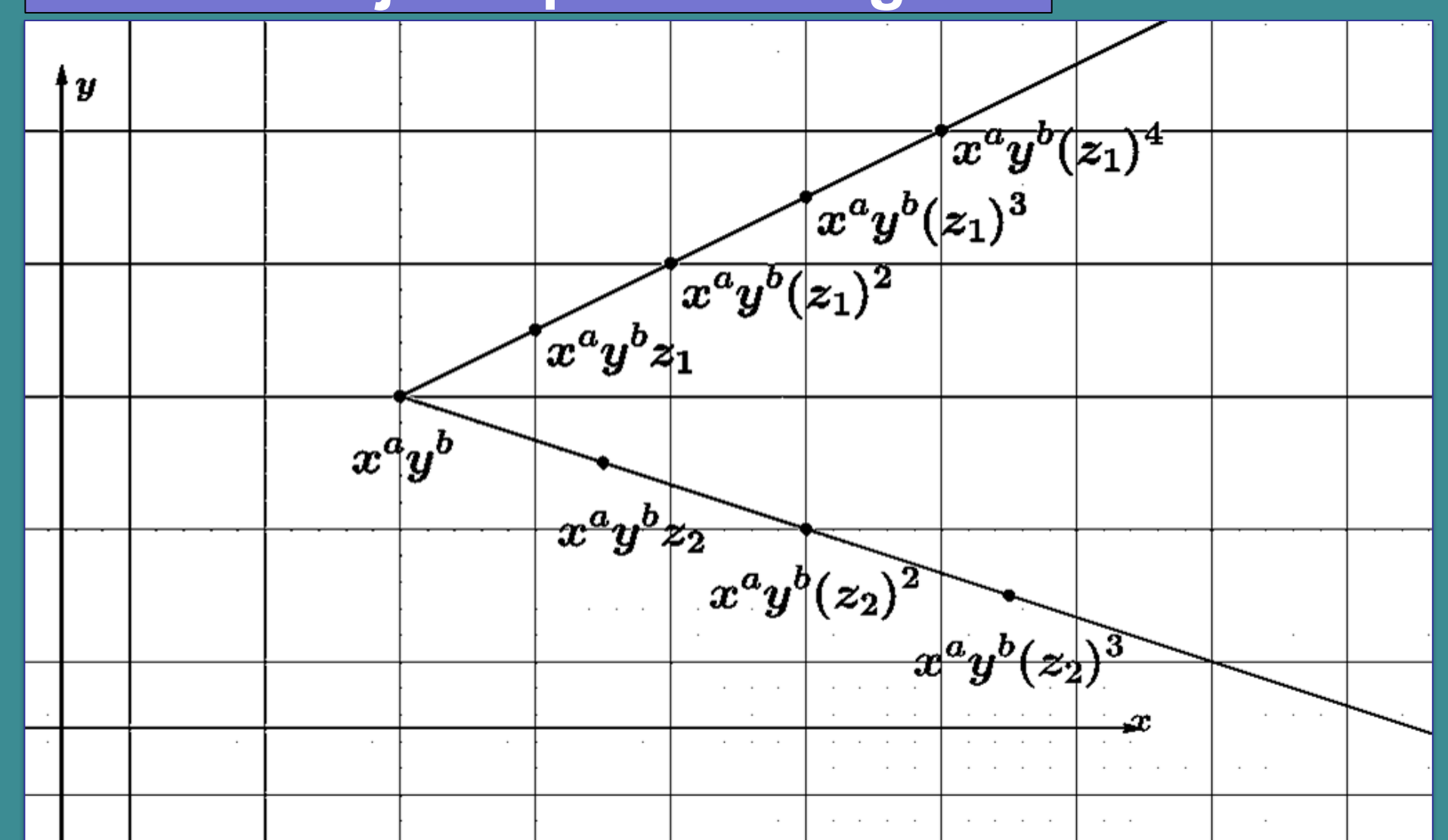
$$M(\Delta ABC) = M(\alpha) + M(\beta) + M(\gamma)$$

Primer



$$M = 1 + x + x^2 + y + xy + x^2y + x^3y + y^2 + y^2x + y^2x^2 + y^2x^3 + y^2x^4$$

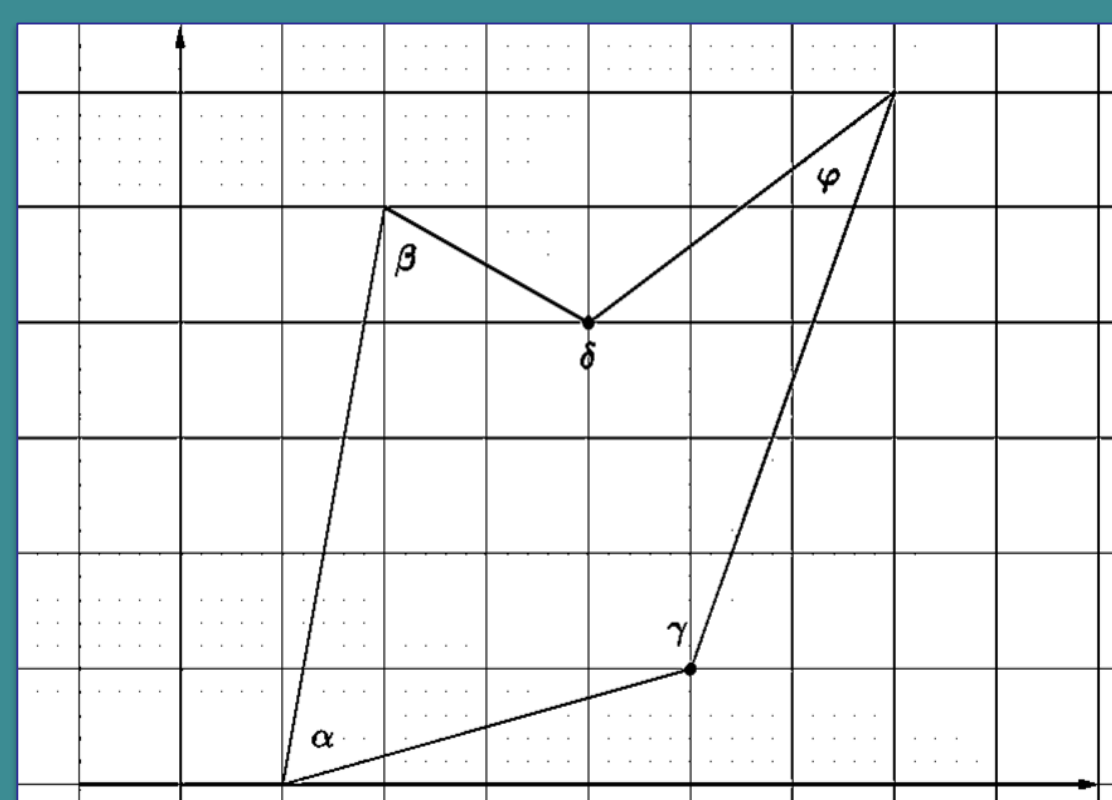
Monomijalna površina ugla



Naši rezultati

- Monomijalna površina konveksnog n-tougla bez samopresecanja jednaka je sumi monomijalnih površina njegovih uglova.

- Monomijalna površina nekonveksnog n-tougla jednaka je sumi monomijalnih površina njegovih uglova.



- Monomijalna površina n-tougla sa rupama jednaka je sumi monomijalnih površina njegovih unutrašnjih uglova i monomijalnih površina spoljašnjih uglova njegovih rupa.

