IS Petnica, seminar MATEMATIKE
Predavanje
April, 2016

Marko Đikić

Realni brojevi, Dekart i polja

1. Ako su a i b prirodni brojevi, kako da znamo da li će decimalni zapis razlomka a/b biti, konačan, čisto periodičan, ili samo periodičan, a da ne izvršimo deljenje?

2. Da li Kantorov princip važi ako segmente zamenimo poluintervalima $(a, b]$, ili intervalima (a, b)?

3. Da li postoji skup koji je 'manji' od $\mathbb{Q}$, a koji je gust u $\mathbb{R}$?

4. Da li postoji bijekcija između skupa racionalnih i iracionalnih brojeva?

5. Odrediti jednačinu tangente na kružnicu $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$ u tački (a, b) sa te kružnice.

6. Kojom (parametarskom) jednačinom možemo zadati krivu koja predstavlja obod trougla sa temenima u tačkama $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$?

7. Da li postoji jednakostraničan trougao u koordinatnoj ravni čija su temena u tačkama sa celobrojnim koordinatama?

8. Svaka tačka sa celobrojnim koordinatama 'zamenjena' je kružnicom sa centrom u toj tački, poluprečnika 1/2016. Da li postoji jednakostraničan trougao čija su temena u tim 'velikim' tačkama?

9. Da li skup iracionalnih brojeva čini polje?

10. Dokazati da ne mogu i $\pi + e$ i $\pi \cdot e$ biti istovremeno racionalni.

11. Ako je $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0$ polinom sa racionalnim koeficijentima i α jedna njegova nula, dokazati da je skup $\{b_0 + b_1\alpha + b_2\alpha^2 + ... + b_{n-1}\alpha^{n-1} \mid b_0, b_1, ..., b_{n-1} \in \mathbb{Q}\}$ polje.

12. Ako je p prost broj, tada skup $\{0, 1, 2, ..., p - 1\}$ zajedno sa operacijama $+_p$ i $\cdot_p$ koje predstavljaju sabiranje i množenje po modulu p, čini polje. Da li je i ovde $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+cb}{bd}$?

13.* Ako je F polje koje je sem za aritmetičke operacije zatvoreno i za korenovanje, da li je F obavezno jednako $\mathbb{R}$?