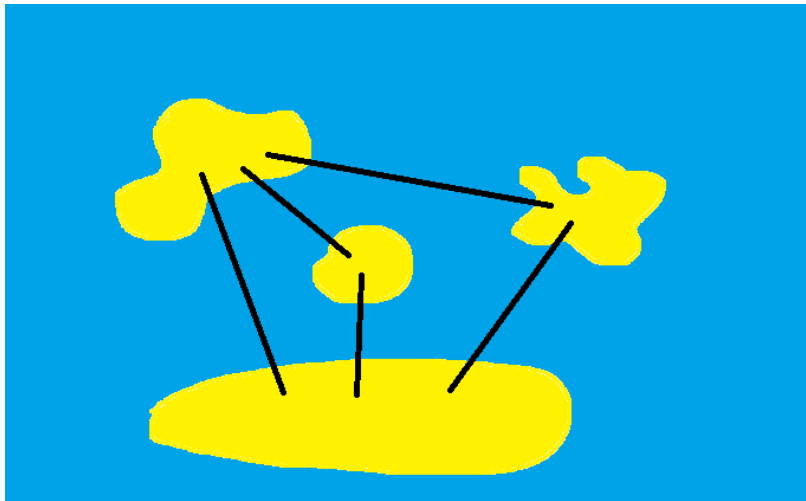


Čuvari boja

Kovačević Filip



Problem 5 mostova Nedođije:

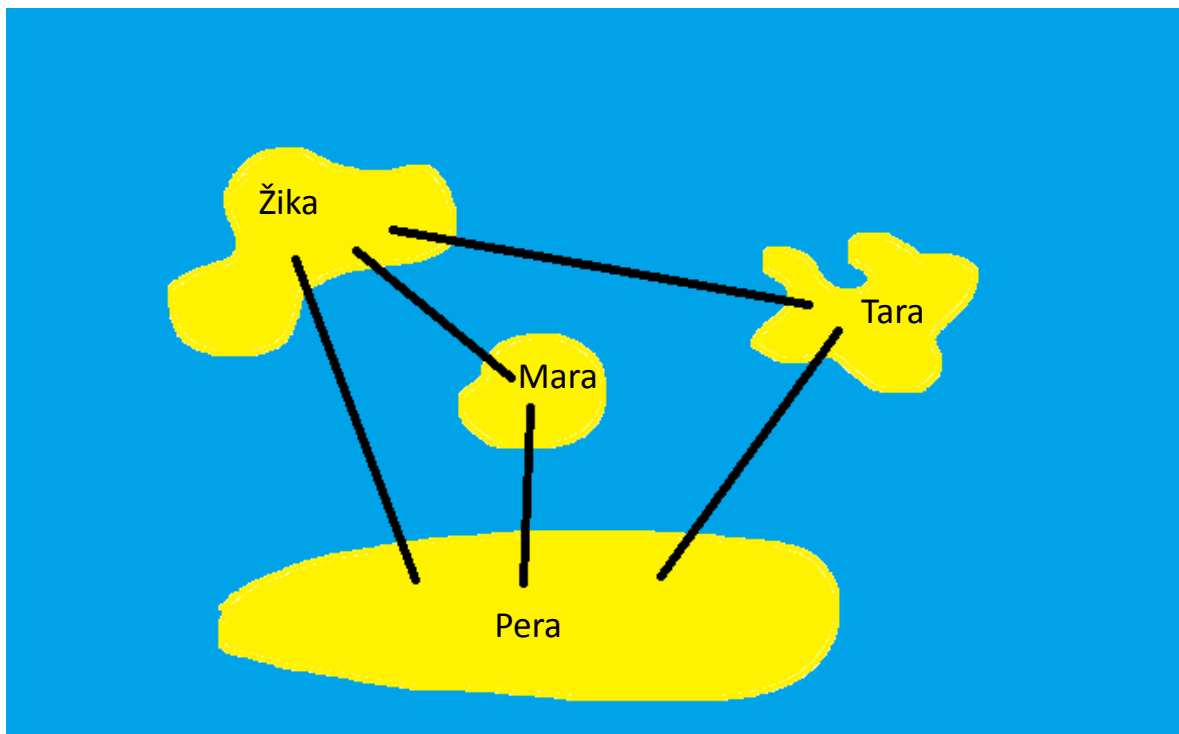
Imamo 4 ostrva (žuto) i 5 mostova (crno) čija mapa izgleda kao gore na slici. Da li je moguće krenuti sa nekog od ovih ostrva i vratiti se na isto, gde se pritom u tom putu pređe svaki most tačno jednom?

-NE!

Pera, Žika, Mara, Tara igraju turnir u šahu, tako da su odigrane sledeće partije:

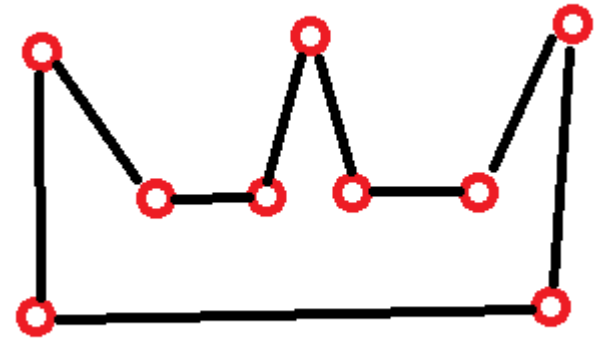
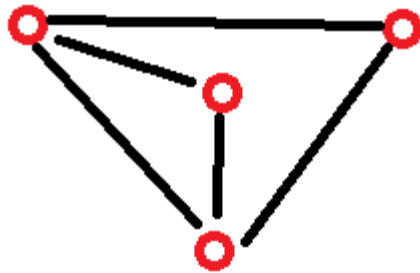
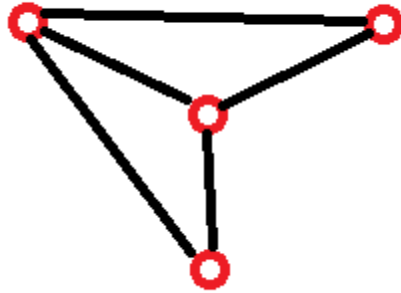
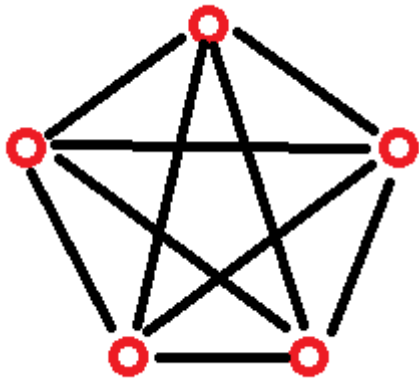
1. Pera i Mara
2. Žika i Tara
3. Pera i Žika
4. Žika i Mara
5. Pera i Tara

Pogodan način za predstavljanje ovog turnira?



Sadržaj

- Uvod u grafove
- Bojenje grafova
- Jedan “lep” problem



Kako bi definisali grafove?

Definicija grafova

Definicija:

Graf G je uređeni par (V, E) gde je V konačan skup čvorova, a $E \subseteq \binom{V}{2}$.

Predstavljanje:

Matrice “veza”

Grafičko

Pera, Žika, Mara, Tara igraju turnir u šahu, tako da su odigrane sledeće partije:

1. Pera i Mara
2. Žika i Tara
3. Pera i Žika
4. Žika i Mara
5. Pera i Tara

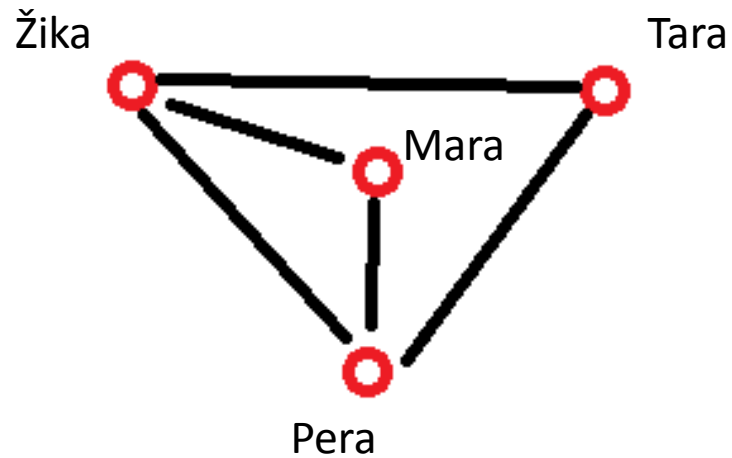
Čvorovi: {Pera, Žika, Mara, Tara}

Matrica grana

Čvorovi	Pera	Žika	Mara	Tara
Pera	0	1	1	1
Žika	1	0	1	1
Mara	1	1	0	0
Tara	1	1	0	0

Zapis koristan u programiranju, ali ne toliko pregledan

Grafičko predstavljanje grafa



Osnovni pojmovi

Definicija:

Stepen čvora v je broj grana iz E kojima čvor v pripada.

Oznaka $d(v)$.

Definicija:

Svi susedi čvora v je skup čvorova sa kojima v ima granu.

Oznaka $N(v)$.

Definicija:

Najveći stepen u grafu je najveći od svih stepena čvorova u grafu.

Oznaka $\Delta(G)$.

Definicija:

Najmanji stepen u grafu je najmanji od svih stepena čvorova u grafu.

Oznaka $\delta(G)$.

Vežbanje

Teorema

Suma svih stepena čvorova u grafu je jednaka dvostrukom broju grana.

Teorema

Za proizvoljan graf $G = (V, E)$ broj čvorova neparnog stepena je paran.

Osnovni pojmovi

Definicija:

Šetnja je niz čvorova $x_1, x_2 \dots x_n$, takav da za svaka dva uzastopna člana niza važi $x_i x_{i+1} \in E$.

Definicija:

Šetnja je **zatvorena** akko važi $x_1 = x_n$

Definicija:

Put je šetnja u kojoj se svaki čvor pojavljuje najviše jednom.

Definicija:

Ciklus je zatvorena šetnja u kojoj se svaki čvor (sem prvog) pojavljuje najviše jednom.

Osnovni pojmovi

Teorema

Ako postoji xy šetnja, tada postoji i xy put.

Izomorfizam grafova

Definicija:

Neka su $G=(V,E)$ i $G'=(V',E')$ grafovi. Kažemo da su G i G' **izomorfni** akko postoji bijekcija $F: V \rightarrow V'$ za koju važi:

$$(xy \in E) \Leftrightarrow (F(x)F(y) \in E')$$

Bojenje grafa

Koliko nam je boja potrebno da bismo obojili mapu, tako da su svake 2 zemlje različite boje?

Koliko je dana potrebno za održavanje svih sastanaka, ako se na nekim sastancima pojavljuju isti ljudi i postoji jedan termin dnevno u kojem se sastanci mogu održati?

Bojenje grafa

Definicija:

Bojenje grafa $G=(V,E)$ bojama iz skupa S je preslikavanje $F:V \rightarrow S$ za koje važi da $(F(x) \neq F(y))$ akko $(xy \in E)$

Definicija:

Hromatski broj grafa G je najmanji broj takav da postoji skup boja S sa toliko članova kojim se može obojiti G .

Oznaka: $\chi(G)$

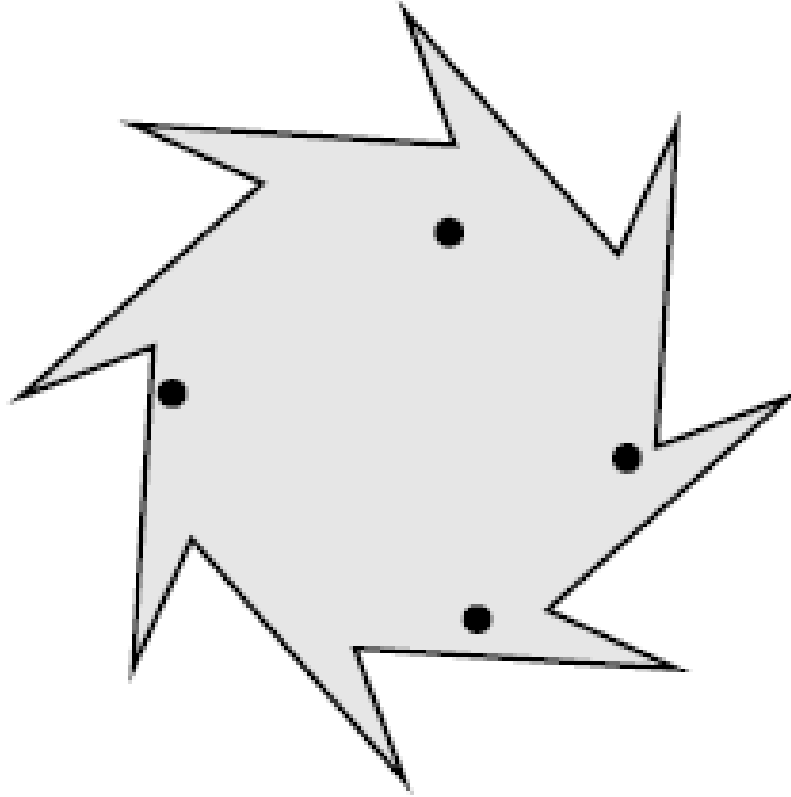
“Pohlepno” bojenje

Teorema

Neka je G graf. Tada važi $\chi(G) \leq \Delta(G) + 1$.

/*Graf G se može obojiti pomoću $\Delta + 1$ boje, gde je Δ najveći stepen u grafu G^* */

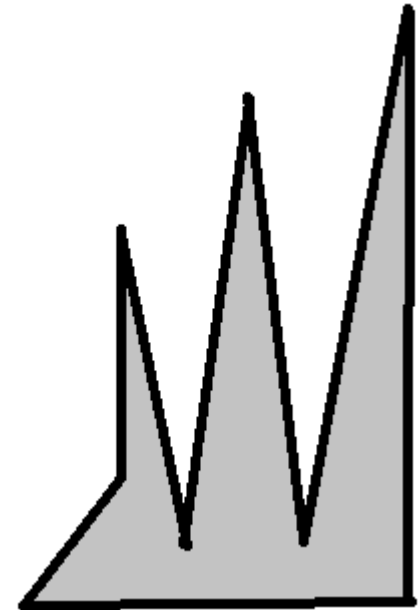
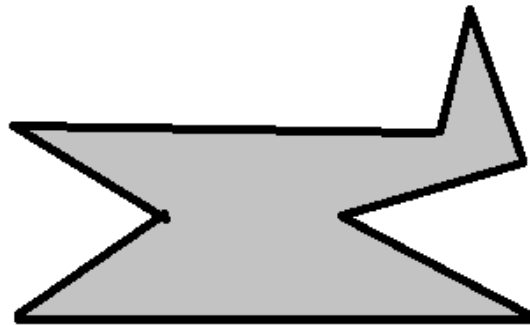
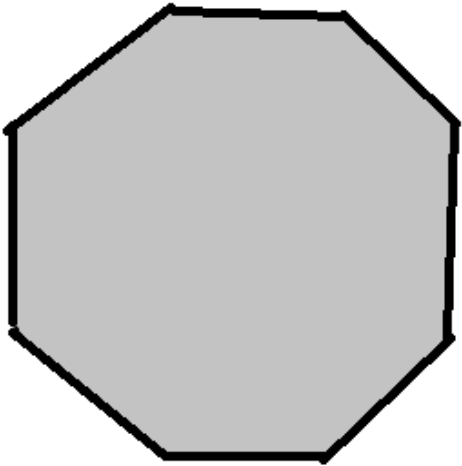
Problem umetničke galerije



Koliko je najmanje potrebno čuvara da čuva ovu galeriju?

Problem umetničke galerije

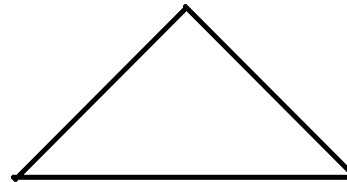
Koliki je najmanji broj čuvara dovoljan da bi se proizvoljna galerija sa 8 zidova čuvala?



Problem umetničke galerije

Koliki je najmanji broj čuvara dovoljan da bi se proizvoljna galerija sa n zidova čuvala?

Triangulacija poligona



“Pohlepno” bojenje

Krunisanje dokaza

HVALA NA PAŽNJI

Zagrevanje

Teorema:

U grafu G postoji put dužine barem $\delta(G)+1$.

Ojlerov put

Definicija:

Ojlerov put je zatvorena šetnja koja sadrži sve grane grafa G tačno jednom.

Teorema:

Povezani graf G ima Ojlerov put akko svaki stepen čvora grafa G je paran